

國立高雄海洋科技大學 99 學年度碩士班入學考試
輪機工程研究所—工程數學試題 (※可使用計算機)

1. 求滿足下列關係式之函數 $y(x)$

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+9}} \\ y(0) = 3 \end{cases} \quad (15\%)$$

2. 求下列微分方程式之通解 $y(x)$

$$y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = e^x \quad (20\%)$$

3. 已知 $\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$,

其中 $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$; 請利用 Laplace 轉換求滿足下列關係式之函數 $y(t)$

$$\begin{cases} y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 3t \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} \quad (20\%)$$

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 求 A 的特徵值(不要求特徵向量)。(10%)

5. $f(x) = \begin{cases} -x, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ (20%)

(1). 試將 $f(x)$ 用三角函數 Fourier 級數展開。

(2). 用此結果, 求 $\frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots = ?$

6. 平面圓柱座標體系: $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ 。 (15%)

$$\phi = \phi(x, y) = \phi(r, \theta) \quad \text{求} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = ? \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = ?$$