

國立高雄海洋科技大學 100 學年度碩士班入學考試
輪機工程研究所—工程數學試題 (※可使用計算機)

1. 說明下列微分方程式為正合方程式(exact equation)，並求出通解

$$(\sin y + y \cos x)dx + (\sin x + x \cos y)dy = 0 \quad (15\%)$$

2. 解初始值問題

$$\begin{cases} y''' - 2y'' = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = 1, y''(0) = 0 \end{cases} \quad (15\%)$$

3. 函數 $f(t)$ 的 Laplace 轉換定義為 $F(s) \equiv L(f(t)) \equiv \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ 。依據此定義

(1) 求 $f(t) = \cos(2t)$ 的 Laplace 轉換。 (5%)

(2) 證明 $L(f'(t)) = sF(s) - f(0)$ ，其中 $f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$ 為函數 $f(t)$ 對 t 的微分。 (5%)

(3) 使用 Laplace 轉換解 $\begin{cases} y'(t) = \cos(2t) \\ y(0) = 2 \end{cases}$ (10%)。

4. $\underline{\underline{A}}^2 - 5\underline{\underline{A}} + 3\underline{\underline{I}} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ ，求 $\underline{\underline{A}} = ?$ (Matrix) (15%)

5. 寫出在平面圓柱座標上的 $\underline{\nabla}\Phi = ?$ 及 $\nabla^2\Phi = 0$ 表達式。

其中， $\nabla^2\Phi \equiv \underline{\nabla} \bullet \underline{\nabla}\Phi$ 。(Vector) (15%)

(Hint: Cartesian 座標上的表達法為 $\underline{\nabla}\Phi = \underline{e}_x \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \underline{e}_y \frac{\partial\Phi}{\partial y}$)

6. 已知 $f(x) = x$ ， $-\pi < x < \pi$ ，且 $f(x+2\pi) = f(x)$

求 $f(x)$ 的傅立葉級數(Fourier Series)。 (20%)

< 試題結束 >