

國立高雄海洋科技大學 101 年度碩士班考試入學
造船及海洋工程研究所- 工程數學試題
(※不須使用計算機)

1. 工程數學主要是要解決工程上之數學問題，工程問題必須經過模式化 (modeling) 的過程將工程問題轉化成數學命題，現有一自由落體問題需要求解，題目可描述成「加速度=重力加速度 g 」，若以 y 表示成落下之距離， y' 表示成落下之速度(距離 y 對時間 t 的一次微分)， y'' 表示成落下之加速度(距離 y 對時間 t 的二次微分)，試求解：
 - (a) 將此工程問題轉化成數學命題 (6%)
 - (b) 求解 (a) 所列出之微分方程式 (8%)
 - (c) 若 $y(0) = 0, y'(0) = 0$ ，試計算 $t = 2$ s 時之落下速度與落下距離 (6%)
2. 試求解常係數非齊次二階微分方程式 $y'' - y' - 2y = 4e^x$ (15%)
3. 拉普拉斯轉換 (Laplace transform) 之定義為 $F(s) = \mathcal{L}(f) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ ，可將一個信號從時域 (t)，轉換為複頻域 (s 域) 上來表示，對於分析系統特性、系統穩定有著重大意義，同時，應用拉普拉斯轉換來解常微分方程式，更可以將微分方程式轉換為代數方程式，方便問題之解決，因此常用於控制自動化系統之應用，可求出系統之轉換方程式。已知任意 n 階導數之拉普拉斯轉換可寫成 $\mathcal{L}(f^{(n)}) = S^n \mathcal{L}(f) - S^{n-1} f(0) - S^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$ ，其中 $f^{(n)}$ 表示函數 f 之 n 階導數，試由此概念，計算 $\mathcal{L}(\sin wt) = ?$ ，提示：當 $f(t) = \sin wt$ 時， $f(0) = 0, f'(0) = \dots$ ，由此推導。 (15%)
4. $f(t) = t^2 + 2, (-\pi \leq t \leq \pi)$ ，試求此週期函數的傅立葉級數展開。(15 %)
5. $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$ ，試求 A 矩陣的特徵值及特徵向量。(15 %)
6. 一維熱傳導方程式： $\frac{\partial u}{\partial t} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ，($0 \leq x \leq L, t \geq 0$)，其中 c 為熱傳常數，溫度 $u(x, t)$ 為長度 x 和時間 t 的函數。若溫度之邊界條件(Boundary Conditions) 為 $u(0, t) = u(L, t) = 0$ 、初始條件(Initial Condition) 為 $u(x, 0) = 100 \sin(\pi x / L)$ ，試求解 $u(x, t) = ?$ (20 %)

< 試題結束 >