

國立高雄海洋科技大學 102 學年度碩士班入學考試
輪機工程研究所—工程數學試題
(本試題作答不需要用計算機)

1. 請求解下列微分方程式

(1). $\frac{dy}{dx} + 2xy(x) = x$ 。(15%)

(2). $y'''(x) + 3y''(x) + y'(x) + 3y(x) = 0, y(0) = y'(0) = 1$ 。(15%)

2. 函數 $f(t)$ 的 Laplace 轉換定義為 $F(s) \equiv L(f(t)) \equiv \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ 。依據此定義

(1) 求 $f(t) = \sin(2t)$ 的 Laplace 轉換(10%)。

(2) 證明 $L(f'(t)) = sF(s) - f(0)$ ，其中 $f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$ (10%)。

(3) 使用 Laplace 轉換解 $\begin{cases} y'(t) = \sin(2t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ (10%)。

3. 令 $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ，求矩陣 A 的特徵值與特徵向量(15%)。

4. 求線積分 $\int_C x ds$ ，曲線 C 為拋物線 $y = x^2$ 由 $(0,0)$ 到 $(2,4)$ 的曲線(15%)。

5. 給定 $\vec{r}(t) = \langle \sin t, 2, -t \rangle$ ， $h(t) = \frac{1}{t^2 + t - 1}$ ，求 $\lim_{t \rightarrow 0} [h(t)\vec{r}(t)]$ (10%)。