

國立高雄海洋科技大學 103 學年度碩士班入學考試

輪機工程研究所-工程數學試題

(本試題作答不需使用計算機)

1. 解  $y' = \frac{y}{1+x}$  ,  $y(0) = 2$  。 (10%)
2. 請利用未定係數法解  $y'' + 3y' + 2y = x^2$  。 (10%)
3. 函數  $f(t)$  的 Laplace 轉換定義為

$$F(s) \equiv L[f(t)] \equiv \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

依據此定義(1)求  $f(t) = \sin(3t)$  的 Laplace 轉換。 (10%)

(2)證明  $L[e^{at}f(t)] = F(s-a)$  。 (10%)

4. 矩陣  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & -9 & -5 \\ 3 & -4 & -3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$  , 求其

(1) 特徵值。 (5%)

(2) 特徵向量。 (10%)

5. 解以下系統方程式

$$\begin{cases} 6x - 9y - 5z \\ 3x - 4y - 3z \\ x - 3y \end{cases} \quad (10\%)$$

6. 設  $\mathbf{F}(x, y) = \frac{4x-y}{4x^2+y^2} \underline{e}_x + \frac{x+y}{4x^2+y^2} \underline{e}_y$  , 求

(1)  $\nabla \times \mathbf{F} = ?$  (5%)

(2)  $C$  : 邊長為 1 , 以  $O$  為中心正六邊形。求  $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = ?$  (10%)

7.  $f(x) = \begin{cases} -x, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

(1) 試將  $f(x)$  用 Fourier 全幅級數展開。 (10%)

(2) 用此結果, 求  $\frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots = ?$  (10%)

<試題結束>