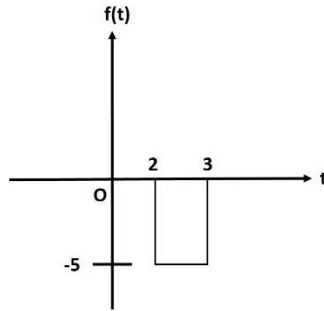


1. (20%) 求出下列微分方程式的解

(a)  $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$  (b)  $x^2 y'' - xy' - 3y = x^2$

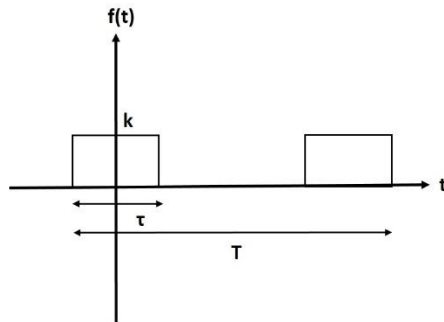
2. (5%) 函數  $f(t)$  如下圖所示，求  $\mathcal{L}[f(t)]$ 。



3. (10%) 設  $f(t) = t \sin \omega t$ ，求  $\mathcal{L}[f(t)]$ 。

4. (10%) Find the Fourier cosine transform of  $f(x) = e^{-x}$ .

5. (15%) 求如下圖週期脈波  $f(t)$  的傅利葉級數，已知  $\tau = \frac{T}{3}$ ，即  $T = 3\tau$ 。



6. (10%) 某海島國家，大氣溫度由海洋上的  $T_1$  到陸上的  $T_2$  之變化情形可以用函數

$$T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{e^{-x} + 1}$$

來描述，式中  $x$  以公里為單位，而  $x=0$  為海陸交界處。(a)  $\nabla T$

指向何方? (b) 在  $x$  為何值處  $\nabla T$  有最大值?

7. (10%) 求矩陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  的特徵值、相對的特徵向量與每一個特徵值之特徵空間的維。

8. (12%) 求出(若可能)  $a$ 、 $b$  和  $c$  的條件，使得下列的線性方程式系統有 (a)無解; (b)唯一解;

(c)無限多解。

$$\begin{cases} 2x - y + z = a \\ x + y + 2z = b \\ 3y + 3z = c \end{cases}$$

9. (8%)  $\vec{A} = \hat{i} + a\hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $\vec{B} = b\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{C} = b\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$ , 求  $a$ 、 $b$  之值，使  $\vec{A} \perp \vec{B}$ ，且  $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$  共面。

「試題結束」