

國立高雄海洋科技大學 104 學年度碩博士班考試入學  
輪機工程系碩士班—工程數學試題  
【※不須使用計算機】

- 1.繳卷時，請將「答案卷」及「試題卷」一併繳回。  
2.本試題共100分，請於答案卷上作答，並標明題號。

一、解下列微分方程式：(每題 10 分)。

(a)  $xy' - 4y = x^6 e^x$

(b)  $(xy^2 - \sin x)dx + y(x^2 - 1)dy = 0$

二、求  $y'' - 5y' + 4y = 8e^x$  之通解 (10 分)。

三、解以下微分方程式 (10 分)。

$$\begin{cases} y' + 3y = \begin{cases} \sin(\pi t), & 0 \leq t < 1 \\ -2, & t \geq 1 \end{cases} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

四、使用 Cramer's 法求以下線性代數方程式 (20 分)。

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = -1 \\ w - x + 2y + z = 1 \\ 2w + 2x - y - z = 3 \\ -w + 2x - 5y + 3z = 4 \end{cases}$$

五、已知矩陣  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，求  $\mathbf{A}$  的特徵值與特徵向量 (10 分)。

六、已知平面向量場  $\mathbf{F}(x, y) = \langle 1, 2 \rangle$ ，求線積分  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  之值，其中曲線  $C$  為

$$\mathbf{r}(t) = \langle 2 \cos t, \sin t \rangle, \quad 0 \leq t \leq 2\pi \quad (10 \text{ 分})。$$

七、已知  $f(x) = 1$ ， $0 < x < \pi$ ，請完成下列工作，

(a) 寫出餘弦半幅擴張  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx)$  (10 分)

$$\text{其中， } a_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cdot \cos(nx) dx \quad n = 1, 2, \dots$$

(b) 寫出正弦半幅擴張  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(nx)$  (10 分)

$$\text{其中， } b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cdot \sin(nx) dx \quad , n = 1, 2, \dots$$

< 試題結束 >